Diagonalización de operadores invariantes bajo la acción del grupo cuasi parabólico en el espacio de Bergman sobre el dominio de Siegel

Alejandro Hernández Arteaga

27 de abril de 2022

Resumen

Denotamos por D_n el dominio de Siegel:

$$D_n = \{z = (z', z_n) \in \mathbb{C}^{n-1} \times \mathbb{C} \colon \operatorname{Im} z_n - |z'|^2 > 0\}.$$

Trabajamos en el espacio de Bergman sobre el dominio de Siegel:

$$\mathcal{A}^2(D_n) = \{f \in \mathcal{A}(D_n) \colon \|f\|_2 < \infty\},$$

el cual es un espacio de Hilbert con núcleo reproductor. Estudiamos el álgebra de von Neumman $\mathcal{P}$ de los operadores acotados en $\mathcal{A}^2(D_n)$ invariantes bajo la acción natural del grupo cuasi parabólico $G = \mathbb{T}^{n-1} \times \mathbb{R}$. Los operadores de Toeplitz invariantes bajo dicha acción ya han sido estudiados por Quiroga-Barranco y Vasilevski (2007). En esta exposición se presenta una forma de estudiar a $\mathcal{P}$ por medio de la transformada de Fourier del núcleo reproductor. Primero por medio de cambios de variables, transformamos $A^2(D_n)$ en un espacio de Hilbert con núcleo reproductor de la forma $K_{(x,y)}(u, v)$ sobre un dominio de la forma $G \times Y$, de tal manera que la acción del grupo se convierte en el desplazamiento respecto a la primera componente. Luego calculamos la transformada de Fourier de $K_{(0,y)}(u, y)$ con respecto al primer argumento y obtenemos una función $L_{\xi,y}(v)$ la cual puede factorizarse como $\overline{q_\xi(y)} q_\xi(v)$. Finalmente, aplicando el esquema recién propuesto por Herrera-Yañez, Maximenko y Ramos-Vazquez damos la diagonalización de los operadores del álgebra $\mathcal{P}$.